

# Comprendre et utiliser les MOCN\*

## 3 - Un essai sur la didactique

*Mettre les techniques nouvelles à leur juste place et, après une analyse sérieuse, les intégrer dans un ensemble cohérent de savoirs, c'est ce que proposent les auteurs à propos des machines à commande numérique.*

*Cet ensemble cohérent de savoirs, c'est la commande d'axe, pour laquelle les concepts pertinents sont ceux d'axe (un cas particulier de chaîne fonctionnelle), de consigne et de mesure.*

*Nous ne pouvons que souscrire à un tel objectif, même s'il oblige à certaines remises en cause tant des méthodes (la méthode vectorielle, notamment) et des concepts (ceux de repère mesure ou d'origine mesure machine...).*

par Frédéric CHARPENTIER,  
Alain CHEP ET Bernard MÉRY

Les deux articles précédents ont montré qu'une modélisation vectorielle d'une MOCN, appliquée à sa mise en œuvre, n'était pas pertinente puisque tombant en défaut dès que la structure mécanique n'est plus cartésienne.

Le pédagogue, soucieux d'une bonne approche didactique de sa discipline, doit être alerté, dès le niveau élémentaire, par un tel constat. Il est en effet dommageable de se fonder sur des analyses erronées qui devront être remises en question en passant au niveau ultérieur.

C'est particulièrement dangereux quand on conduit les jeunes à édifier, dans leur esprit, de faux concepts qu'il faudra détruire avant d'en reconstruire d'autres. Cette démarche va totalement à l'encontre de l'idée, soutenue de longue date, de la valeur formatrice de l'enseignement technique, valeur fondée sur la démarche du concret à l'abstrait. Je suis toujours convaincu de cette valeur, à condition toutefois que les modèles intellectuels auxquels on conduit les intéressés restent valables d'un niveau d'étude à un

autre. C'est l'exigence de continuité que devrait avoir tout enseignement ; bien sûr, les modèles vont s'enrichir au cours de la progression des études, notamment par l'emploi d'outils mathématiques plus larges mais les concepts, fondamentaux par essence, ne doivent pas être remis en cause.

Nous allons tenter, sur l'exemple d'un enseignement qui prend pour objet la MOCN, de montrer qu'une telle démarche didactique est possible tout en se limitant aux formulations mathématiques dont on dispose à un niveau élémentaire. C'est l'exigence de cohérence avec le niveau d'enseignement considéré.

Cet article est une analyse didactique, destinée à la réflexion du professeur ; elle devrait lui permettre de bâtir un enseignement élémentaire autour de la machine-outil à commande numérique.

### Étude systémique

Une machine à commande numérique est un système complexe même quand on se limite à des structures simples (tour à deux axes par exemple). Une approche systémique est donc naturelle. Nous utiliserons le modèle SADT, limité à l'aspect actigramme ; le but est de situer les différents élé-

ments fonctionnels du système étudié, de définir les points d'entrée et d'en déduire les études analytiques à conduire pour une bonne compréhension, dans un objectif pédagogique déterminé.

### Niveau global

Au niveau global, le "système MOCN" peut être caractérisé par l'activité "usiner" à laquelle on associe les paramètres suivants :

- la donnée d'entrée est une "pièce à usiner" ;
- la donnée de sortie est une "pièce usinée", porteuse d'un ensemble de surfaces de dimension intrinsèque convenable, correctement mises en position ;
- les données de contrôle sont :
- un programme (suite d'instructions

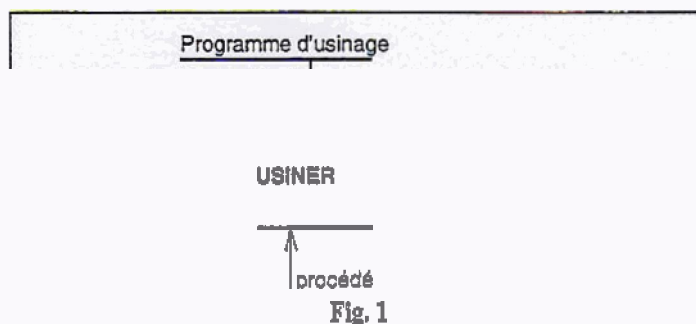
de type informatique),

- les coordonnées des éléments technologiques (porte-pièce, outils),
- un ordre de départ (on considère une machine isolée, servie par un opérateur),
- un état initial ;
- le "moyen" employé est constitué du procédé retenu pour l'usinage (coupe à l'outil, électroérosion, découpe au laser, etc...)

### Remarque

La notion d'état initial ne s'impose pas à ce niveau d'analyse ; c'est l'étude de l'activité A2 qui va en faire apparaître l'utilité.

Le schéma de niveau A-0 est donné figure 1. Très général, il ne permet aucune compréhension ; on se trouve devant une très grosse "boîte noire" ;



\* Voir le premier article de cette série de Alain Chep, Frédéric Charpentier et Bernard Méry dans TF n°77 et le deuxième dans ce même numéro 78.

elle relève du domaine du mode d'emploi ; l'analyse pourrait s'articuler comme suit :

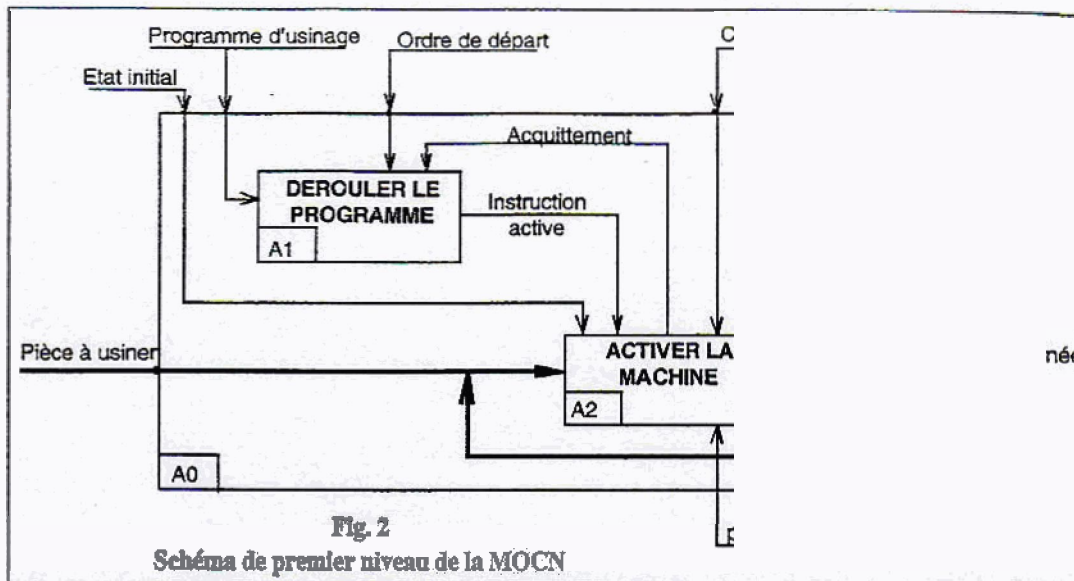
- que contient le programme et comment le fournir à la machine ?
- quelles coordonnées des éléments technologiques doit-on fournir et comment ?
- comment doit-on installer la pièce ?
- en quoi consiste l'ordre de départ ?
- en quoi consiste l'état initial et comment l'obtenir ?

Ce schéma appelle les observations suivantes :

- la connaissance du procédé est indépendante de l'étude de la MOCN ; par exemple, la MOCN n'est certainement pas le système le mieux adapté pour étudier la coupe des métaux ;
- l'étude du contenu du programme d'usinage sous-entend deux idées :
  - la connaissance du langage, donc de l'essence même de ce qu'est un langage informatique (alphabet, syntaxe, instructions actives, structures de contrôle, variables, possibilités de calcul) ; le langage spécifique d'une MOCN considérée n'est qu'une implémentation particulière d'un langage.
  - le programme d'usinage est conçu et défini, dans son aspect géométrique, par référence à la pièce ; les parcours d'outils sont définis dans un repère qui lui est attaché et font *a priori* abstraction de la machine.
- les éléments technologiques mis en jeu (porte-pièce et outils) sont tributaires du procédé et de leur interface avec la machine ; se posent à leur égard les questions suivantes :
  - quels sont ces interfaces ?
  - de quelles coordonnées sont-ils porteurs ?
- la notion de coordonnées des éléments technologiques suppose acquises les bases correspondantes de la métrologie ; il importe de savoir dans quel type d'espace on se situe (affine 1D, 2D ou 3D ; solide 2D ou 3D).

Ce niveau global de schématisation systémique n'est donc pas sans intérêt sur le plan didactique puisqu'il permet de situer la MOCN par rapport aux procédés d'usinage, aux langages informatiques, à la géométrie et à la métrologie. Toutefois il faut bien être conscient du fait, qu'avec ce schéma, on considère la machine en production ; les aspects réglage, commande manuelle et interventions en cours d'usinage en sont totalement exclus.

Ce dernier point pose évidemment un problème pour placer la machine dans un état initial convenable ; seul le recours au "mode d'emploi" se justifie, faisant abstraction de toute démarche de compréhension.



### Analyse de premier niveau A0

On va, dans une démarche descendante, mettre en exergue les activités qui composent le niveau global.

#### Remarque

Les activités retenues dans une telle analyse sont toujours tributaires du "point de vue" considéré ; l'analyse effectuée ne vaut que par sa cohérence. Il n'y a pas unicité de formulation.

La figure 2 illustre ce niveau A0. L'activité A1, "dérouler le programme", s'inscrit dans la logique connue de tout langage informatique. Les instructions de contrôle du programme (sélections, boucles inconditionnelles ou conditionnelles, sauts, appels de sous-programmes) ne sont pas actives sur la machine et n'interviennent qu'à l'intérieur de A1. Les instructions actives, qui interviennent sur le contrôle de

l'activité A2 "activer la machine", sont de deux types suivant qu'elles modifient :

- l'état logique de la machine (instruction logique) ;
- l'état physique de la machine (instruction opérative).

L'activité A2, qui consiste à activer la machine, ne produit pas toujours un résultat sur la pièce. Quand un usinage est réalisé, la pièce usinée reste une pièce à usiner jusqu'à ce que le programme soit entièrement déroulé ; la pièce usinée (suivant le programme prévu) est alors obtenue. Cette activité A2 permet d'introduire le mode "exécution immédiate d'une instruction", d'ailleurs improprement appelé mode IMD (introduction manuelle de données) ; le mot est mal choisi puisqu'on introduit une instruction et non une donnée, ce qui, en informatique, est

totalement différent. Notons au passage que, dans ce mode, les instructions de contrôle du langage sont refusées par le système ; on peut aisément le vérifier.

Ce schéma introduit aussi la notion d'acquiescement, fondamentale en automatique séquentielle pour marquer la fin d'une étape ; son rôle est évident comme donnée de contrôle de l'activité A1.

#### Remarque

On ne s'attarde pas à faire l'analyse de l'activité A1, non spécifique de la commande numérique. Le lecteur se reportera aux ouvrages informatiques sur les langages, cités en référence.

### Analyse de second niveau A2

L'activité A2 (figure 3) placée sous le contrôle d'une instruction active, peut

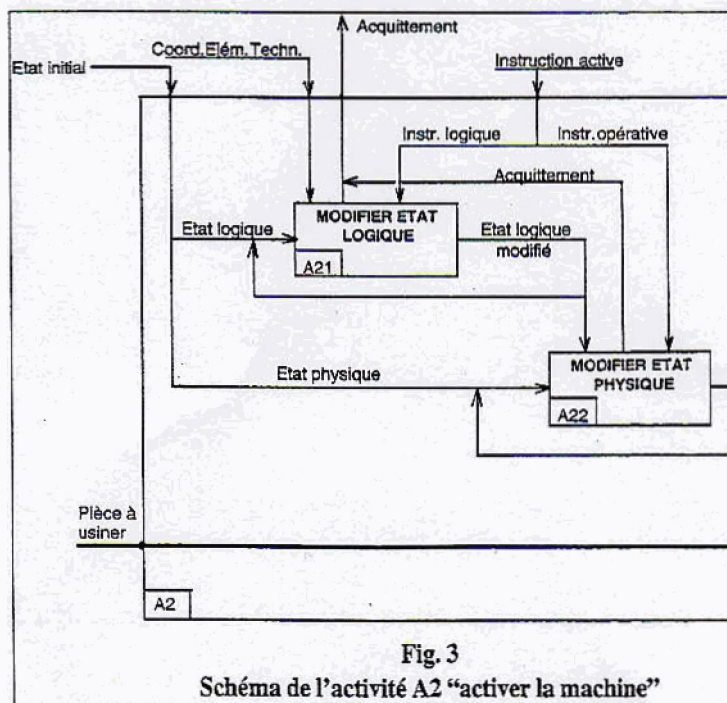


Fig. 3  
Schéma de l'activité A2 "activer la machine"

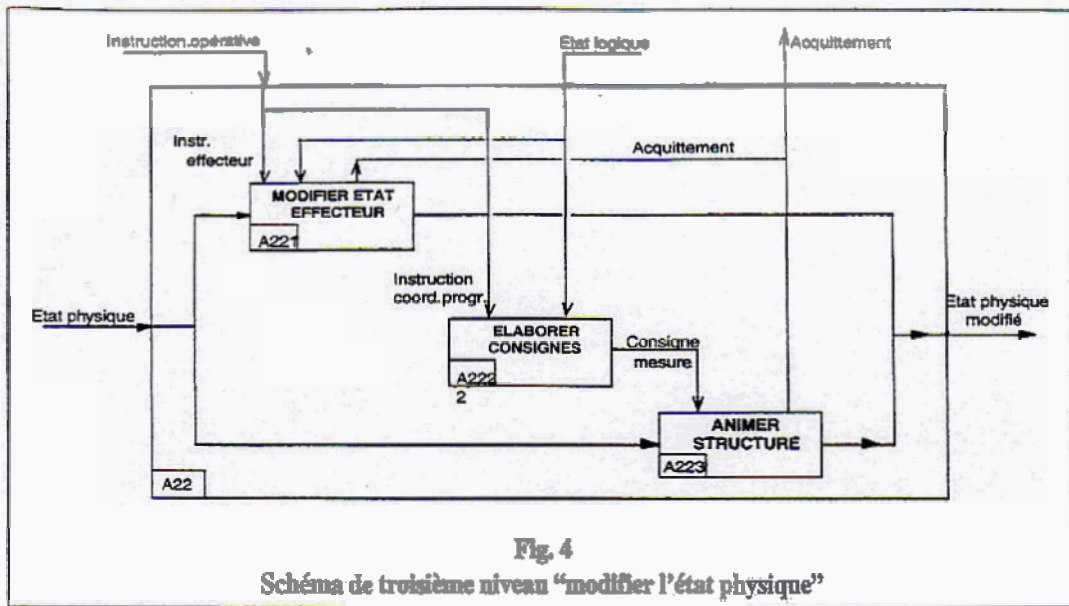


Fig. 4  
Schéma de troisième niveau "modifier l'état physique"

être décrite par les trois activités suivantes :

- A21 : modifier l'état logique (ou informatique) de la machine,
- A22 : modifier l'état physique (ou mécanique) de la machine,
- A23 : effectuer un usinage.

L'activité A21, qui relève de l'informatique, consiste à modifier le contenu des registres (variables de la partie informatique du directeur de commande numérique) ; par exemple valeur de la vitesse d'avance, réalisation de calculs sur des paramètres, etc. Sur le plan didactique, la liaison devient évidente avec l'informatique et l'automatique programmable.

La modification de l'état physique (A22), qui va être explicitée ci-après, ne donne lieu à la réalisation d'un usinage que dans certains cas ; cette modification devient alors une donnée de contrôle de l'activité A23, réalisée par l'effecteur qui est positionné ou déplacé par la structure mécanique de la machine.

Si l'activité A23 ne pose aucun problème didactique puisqu'il s'agit de la mise en œuvre du procédé, déjà évoquée ci-dessus, l'activité A22 permet une observation plus précise de la façon dont on peut agir, toujours à l'aide d'instructions, sur la partie opérative de la machine. La différence entre instruction logique et instruction opérative peut notamment être illustrée de façon très nette en utilisant le mode IMD. Il faut cependant être bien conscient de ce qu'on veut montrer à ce niveau ! On ne peut prétendre agir par des instructions sur une partie opérative dont on ignore la structure et l'agencement (chariots, changeur d'outils, etc...). Mais attention ! S'il est évident de faire manœuvrer un chan-

geur d'outil, car il s'agit d'une suite d'étapes séquentielles évidentes à l'observation, on ne peut envisager de faire déplacer des chariots en coordonnées (articulaires ou mesure) puisqu'on est à un niveau systémique où cette notion n'apparaît pas. On peut par contre, toutes initialisations nécessaires ayant été effectuées au préalable (hors séance pédagogique), faire déplacer un outil en coordonnées programme dans un repère lié à la pièce, sachant la position qu'elle va occuper sur l'organe porte-pièce.

En conséquence de ce qui vient d'être dit, on se limite à l'analyse de l'activité A22 qui seule présente un intérêt pour l'objectif poursuivi : permettre de présenter la modélisation géométrique de la structure mécanique de la machine.

#### Analyse de troisième niveau

Il devient nécessaire de préciser le type de procédé considéré, ce qui conditionne la façon de mettre en œuvre l'effecteur. Là encore le vocabulaire peut conduire à des ambiguïtés.

Dans le cas d'un procédé "point à point" (poinçonnage, perçage au laser, soudage par points), l'effecteur est mis en œuvre alors qu'il est à l'arrêt par rapport à la matière d'œuvre. Dans le cas d'un procédé, "par interpolation" (usinage à l'outil coupant, électroérosion, soudage à l'arc...) l'effecteur est mis en œuvre pendant son déplacement par rapport à la matière d'œuvre.

#### Remarque

Notons que certains usinages à l'outil (perçage par exemple) sont abusivement désignés comme des opérations en point à point alors qu'un axe de la structure mécanique porteuse est mis en jeu ; l'effecteur est donc bien en mouvement par rapport à la matière d'œuvre pendant l'usinage. Par

contre, dans le cas d'une perceuse de circuit imprimé où l'effecteur serait constitué d'une broche coulissante commandée pneumatiquement, ce serait bien un procédé en point à point, la mise en œuvre de l'effecteur s'effectuant tous axes de la machine arrêtés. On illustre bien ici l'intérêt de la notion d'effecteur employée en robotique et l'utilité de bien identifier ce dernier dans toute machine.

On choisit, dans la suite de l'étude, le cas d'un procédé en interpolation, ce qui correspond aux machines les plus répandues dans nos établissements scolaires ; la transposition à l'autre cas se ferait sans difficulté. L'effecteur est donc mis en jeu pendant une évolution de la structure articulée ; celle-ci le déplace par rapport à la pièce à usiner. On comprend bien que son état intervient, entre autre, comme donnée de contrôle de l'activité A23 (figure 3).

L'activité A22 peut être elle-même décrite par trois activités (figure 4) :

- A221 : modifier l'état physique de l'effecteur ;
- A222 : élaborer les consignes de

commande des axes numériques ;  
— A223 : animer la structure articulée.

Si l'activité A221 est évidente en fonction de ce qui a été dit, les deux autres supposent connu, dans ses très grandes lignes, le schéma de fonctionnement d'un système asservi. On peut retenir, à un niveau élémentaire, le schéma de la figure 5. Le fonctionnement peut être décrit comme suit :

le sous-système "asservissement" reçoit comme donnée la consigne de position ; il agit, par l'intermédiaire d'un actionneur, sur la position relative du mobile B par rapport à son support direct A pris comme référence. Cette position est, à chaque instant, mesurée par un capteur de position qui détermine la coordonnée mesure de B par rapport à A ; celle-ci est retournée comme seconde donnée d'entrée de l'asservissement. Un asservissement de qualité maintient, à chaque instant, la coordonnée mesure "égale" à la consigne, la différence, appelée écart, étant liée aux caractéristiques du système.

Avec cette connaissance préalable et l'observation de la structure mécanique de la machine on est logiquement conduit à la formulation des activités A222 et A223 :

- A222 est du ressort de la machine informatique qui exploite :  
- l'instruction contenant la position que doit atteindre l'outil par rapport à la pièce,  
- son propre état logique (contenu de ses registres).
- Ces deux données lui permettent d'élaborer la consigne mesure de chaque axe ;
- A223 est du ressort de l'asservissement ; son rôle devient immédiat à saisir.

C'est l'activité A222 qui introduit une notion fondamentale pour la commande de tout robot. On voit nettement

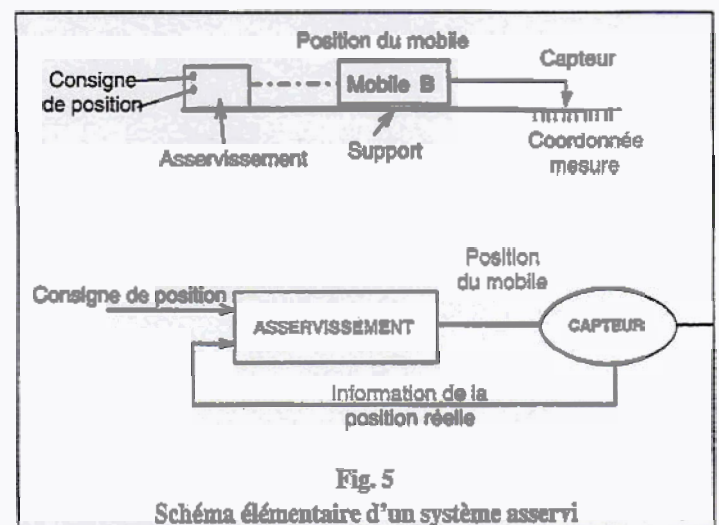


Fig. 5  
Schéma élémentaire d'un système asservi

apparaître les deux types de coordonnées et la nécessité de connaître les relations que le mécanisme établit entre leurs valeurs respectives. On doit comprendre que, en toute logique, cette loi de correspondance (ce que nous savons être le modèle géométrique) devrait être intégrée au DCN pour lui permettre de calculer la valeur des consignes mesure.

### Une réalité technologique

À cette étape de l'analyse on peut logiquement déboucher sur l'exposé d'une réalité technologique actuelle : il existe deux types de machines à commande numérique :

— celles qui connaissent la correspondance entre les coordonnées de l'outil par rapport à la pièce d'une part, les coordonnées mesure d'autre part ; ce sont les robots évolués, certains cas particuliers de MOCN ; on dit que ces machines sont dotées d'un "programme inverseur de coordonnées" (voir article de A. Chep dans ce même numéro 78 de TF) ;

— celles qui ne connaissent pas cette correspondance (robots simples, la plupart des MOCN).

Sur le plan didactique, l'étape suivante vient tout naturellement avec la question "comment fonctionne la machine particulière que nous étudions ?". On débouche sur une double étude :

— **informatique** : comment (par quelle formule) est élaborée la consigne mesure de chaque axe à partir d'une instruction de déplacement, sensée être définie par rapport à la pièce ?

— **mécanique** : comment est agencée la structure mécanique et comment obtient-on la correspondance entre les deux types de coordonnées ? Il s'agit de la **modélisation géométrique**.

### Étude informatique

On peut tout de suite décrire la réalité technologique de la plupart des DCN actuels de nos machines-outils ; les consignes mesure sont élaborées, sur chaque axe, par une **opération additive** du contenu de différents registres. Sur une machine NUM 760 ou 1060, la valeur de la consigne mesure est obtenue par l'addition du contenu de cinq registres pour chaque axe :

- registre PREF ;
- registre DEC1 ;
- registre de décalage programmé ;
- registre de jauge (concernant les longueurs d'outils) ;
- registre de la valeur programmée.

On a par exemple, pour l'axe Z :  
 $Z_m = \text{PREFZ} + \text{DEC1Z} + \text{Dec\_progZ} + Jz + Z$  (1)

Ce n'est pas une formule d'inversion de coordonnées ; celle-ci devrait dépendre de la structure articulée sur laquelle le DCN est implanté. C'est une réalité actuelle : les machines dont on dispose ne sont pas dotées d'un programme inverseur de coordonnées.

Le professeur doit être bien conscient du fait que les façons d'opérer sur ces machines simples sont souvent plus complexes qu'il n'y paraît et surtout rarement empreintes d'une logique satisfaisante, d'où des difficultés didactiques indéniables.

### Remarque importante

Nous considérons toujours, dans l'approche système, le système en production, la machine est commandée par des instructions sensées définir des positions de l'outil par rapport à la pièce. Il faut, pour éviter les confusions, éviter à ce niveau de faire apparaître dans le programme des instructions qui mettent en jeu des coordonnées mesure ; or, celles-ci apparaissent notamment dans le changement d'outil. On voit donc l'intérêt d'un sous-programme paramétré qui globalise la fonction changement d'outil.

### Étude analytique de la structure mécanique

Pour aborder l'étude de machines existantes, qui imposent donc leur réalité à l'observateur, celui-ci doit avoir une démarche extrêmement rigoureuse et être conscient, notamment, de ce qu'il convient d'observer.

Deux axes d'observation s'imposent ici de façon évidente :

- l'espace de travail ;

— la structure articulée.

### Espace de travail

Il doit être défini comme attaché à l'élément de la machine dont la pièce à usiner est solidaire, et ceci quel que soit l'intermédiaire (porte-pièce) utilisé. On doit être capable d'y attacher un repère ( $R_p$ ) ; celui-ci doit être unique une fois défini son mode de construction.

### Remarque

Une table de fraiseuse à rainures parallèles, non pourvu d'un dispositif de centrage, ne permet pas cette unicité.

Dans cet espace de travail, la machine permet de déplacer les outils, donc l'effecteur qui les porte. Les outils interchangeables étant de dimension variable, il est logique d'attacher un repère ( $R_e$ ) à l'effecteur, repère défini par les surfaces de raccordement des outils sur lui. Là encore ce repère doit être unique une fois défini son mode de construction.

Une évidence s'impose alors : la position de l'effecteur dans l'espace de travail s'identifie à celle de ( $R_e$ ) dans ( $R_p$ ) ; on aboutit à la notion de coordonnée d'un repère dans un autre, d'où les questions :

- comment décrire cette position, donc quels paramètres employer ?
  - qu'est-ce qu'une "position zéro" ?
- On ne peut la définir que par la coïncidence des deux repères ( $R_e$ ) et ( $R_p$ )

### Structure articulée

C'est le moyen utilisé pour situer ( $R_e$ ) dans ( $R_p$ ). La première démarche

est, à l'évidence, une schématisation suivie d'un paramétrage. Il est sans intérêt de choisir un paramétrage systématique tel qu'utilisé en robotique, même à un niveau de STS. Tout paramétrage (aussi simple que possible) peut convenir à condition que le repère attaché à chaque segment de la structure soit orienté par la direction privilégiée de la liaison du segment avec le segment aval ; la coordonnée articulaire apparaît alors de façon évidente. Ce paramétrage se termine par la définition des deux repères extrêmes ( $R_p$ ) et ( $R_e$ ).

La figure 6 illustre cette première démarche sur un tour carésien à deux axes où on figure, dans deux configurations :

- la structure articulée (espace de la machine) ;
- l'espace de travail (qui fait abstraction de la structure articulée).

Le schéma et le paramétrage sont mis en place sur la figure 6a ; à ce niveau on identifie sans difficulté les coordonnées qui repèrent les positions relatives des repères internes à la structure mécanique (on est ici dans un espace 2D, ce qui simplifie l'aspect mathématique pour un niveau élémentaire). Notons que le repère ( $R_e$ ) s'identifie au repère ( $R_p$ ) attaché au segment 2. Les expressions (2) ci-après définissent les coordonnées relatives de chacun de ces repères :

$${}_{R_p}R_e = \begin{pmatrix} X_1 = \vec{O}_p \vec{O}_1 \cdot \vec{X}_0 = 0 \\ Z_1 = \vec{O}_1 \vec{O}_2 \cdot \vec{Z}_0 : \text{variable} \\ \psi_1 = (\vec{X}_0, \vec{X}_1) = 0 \end{pmatrix}$$

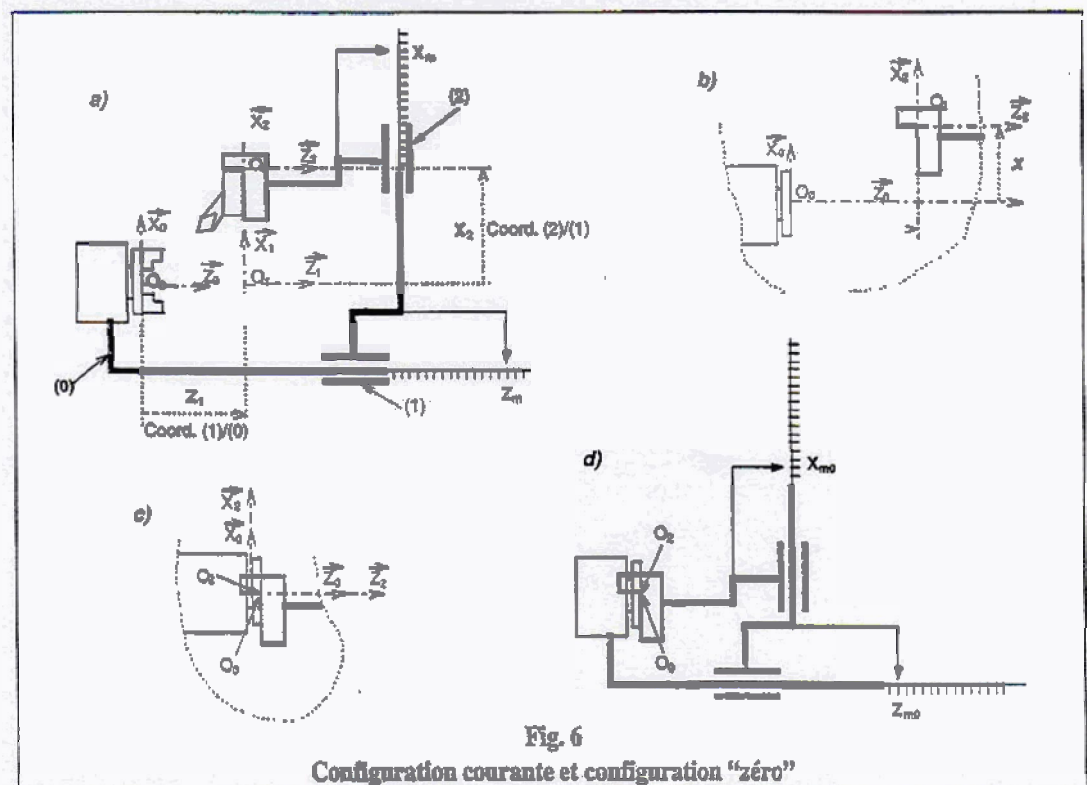


Fig. 6

Configuration courante et configuration "zéro"

$${}^2R_1[R_2] = \begin{pmatrix} X_2 = \vec{O}_1\vec{O}_2 \cdot \vec{X}_1 : \text{variable} \\ Z_1 = \vec{O}_1\vec{O}_2 \cdot \vec{Z}_1 = 0 \\ W_1 = (\vec{X}_0, \vec{X}_1) = 0 \end{pmatrix}$$

chacun d'eux est repéré, par rapport au précédent, par :

- les coordonnées de son origine ;
- l'angle de deux axes respectifs.

#### Remarque

On peut faire observer, à un niveau très élémentaire que, dans chaque cas, seule une coordonnée est variable car les liaisons mécaniques sont à un degré de liberté et que, si un axe était de type rotatif, ce serait la coordonnée angulaire qui varierait.

Quand on se place dans l'espace de travail, on exprime de la même façon les coordonnées de  $(R_E)$  dans  $(R_0)$  par :

$${}^0R_0[R_E] = \begin{pmatrix} x \\ z \\ \psi = 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

La figure 6b illustre ce paramétrage. On constate, à l'évidence, que si la structure articulée permet de faire varier les valeurs de  $x$  et  $z$ , il n'en est pas de même pour l'angle  $\psi$  qui ne peut prendre d'autre valeur que "zéro".

Nous avons déjà évoqué le problème de coordonnées nulles de  $(R_E)$  dans  $(R_0)$  ; elles correspondent à la coïncidence des deux repères, donc à  $x=0$  et  $z=0$ . La figure 6c illustre ce cas.

Pour réaliser cette coïncidence, la structure articulée doit adopter la configuration représentée figure 6d, qu'on appellera "configuration zéro". On constate alors que :

$$Z_1 = 0 ; X_2 = 0 \quad (4)$$

**Attention ! C'est là que réside le piège conceptuel que nous tendent les machines à structure cartésienne.**

Il est tentant de traduire ce qui précède par deux égalités (... que je n'écrirai pas car elles n'auraient aucun sens !). En fait, il faut établir la correspondance entre l'ensemble des coordonnées relatives à la structure articulée et les coordonnées relatives à  $(R_0|R_E)$ . L'étude fondamentale exposée dans l'article précédent nous montre en effet que ces coordonnées appartiennent à des espaces de nature différente et sont donc elles-mêmes de nature différente ; ce n'est que dans les structures cartésiennes qu'on ne perçoit pas la différence. Il y a bien là une difficulté didactique réelle. A un niveau élémentaire on ne peut raisonnablement envisager de le démontrer par l'étude mathématique de structures non cartésiennes. Je propose d'en mettre en place le concept par le cheminement suivant, en cinq points :

1- Dans une configuration quelconque

de la structure articulée de la machine, une réalité physique s'impose : il existe bien une position relative variable de chacun des trois "segments" 0, 1 et 2 pris deux à deux ; chacune de ces positions relatives est repérée, par la machine elle-même, à l'aide de la coordonnée mesure de l'axe. Cette coordonnée mesure est affichable par le DCN (en général dans la page-écran "Pt.cour/Om"). Il est indispensable, en manipulation à ce niveau, de se positionner dans cette page-écran où on a accès au contenu des registres de chaque capteur d'axe. Dans l'espace de la machine on dispose des deux coordonnées mesure :

$$Z_m ; X_m \quad (5)$$

#### Remarque

Seules apparaissent les deux coordonnées utiles ; les 4 autres étant des invariants, leur présence n'a pas d'intérêt pratique. Il est donc logique qu'elles ne figurent pas à l'affichage ; ceci ne veut pas dire qu'elles n'existent pas !

2- A cette configuration courante correspond une position de  $(R_E)$  par rapport à  $(R_0)$ , définie par  $z$  et  $x$  (figure 6b). La question est de savoir quelle relation existe entre  $Z_m$  et  $X_m$ , d'une part,  $z$  et  $x$ , d'autre part (car nous savons, à notre niveau que c'est ainsi que le véritable problème se pose).

3- Dans la "configuration zéro" (figure 6d), les coordonnées mesure ont chacune une valeur bien définie. Ce sont des constantes de la machine, bien définies une fois adoptés les deux repères  $(R_0)$  et  $(R_E)$ .

$$Z_m0 ; X_m0 \quad (6)$$

4- Lorsqu'on déplace les chariots de la machine depuis la configuration zéro jusqu'à une configuration quelconque, l'observation ainsi que le raisonnement sur le schéma montrent la correspondance suivante entre les variations :

$$z = 0 + \Delta z ; x = 0 + \Delta x ;$$

$$Z_m = Z_m0 + \Delta Z_m ; X_m = X_m0 + \Delta X_m$$

avec la relation :

$$\Delta z = \Delta Z_m ; \Delta x = \Delta X_m \quad (7)$$

#### Remarque

C'est la dernière relation des expressions (7) qui est capitale ; elle introduit de fait le modèle géométrique direct.

5- Il suffit alors de combiner les expressions (7) pour aboutir à la correspondance souhaitée :

$$z = Z_m - Z_m0 ; x = X_m - X_m0 \quad (8)$$

#### Remarque

Ces expressions doivent être écrites dans le sens indiqué ; elles expriment les valeurs respectives que prennent les coordonnées dans l'espace de travail en fonction des coordonnées mesure et des constantes de l'espace de la machine. Par la suite on pourra

effectuer des changements de membre pour expliciter l'expression des données que l'on souhaite calculer. Le professeur doit être conscient du fait qu'il introduit ici une certaine forme du modèle géométrique direct de la machine.

## Mise en œuvre de la machine

### Analyse de portée générale

Nous sommes en possession du modèle géométrique ; il devient alors évident d'aborder la mise en œuvre de la machine en faisant intervenir les organes technologiques que sont le porte-pièce et les outils.

Attention ! Là encore il ne faut pas se tromper d'espace ! Ces deux accessoires interviennent bien dans l'espace de travail. C'est évident pour le porte-pièce. On peut facilement s'en convaincre en ce qui concerne l'outil : il suffit d'observer que l'usinage se définit par l'orientation, la position et les trajectoires de chaque outil par rapport à la pièce, sans faire référence à la machine autrement que pour vérifier la faisabilité de l'opération. Ce sera le rôle de la machine de présenter l'outil dans la position désirée par rapport à la pièce.

L'étude analytique de la mise en œuvre passe encore par la mise en place de repères sur les organes technologiques et la pièce :

- le repère de pose de la pièce sur le porte-pièce ; on le désigne par  $(R_{pp})$  ;
- le repère de programmation ; on le désigne par  $(R_{prog})$  ;
- le repère de la partie active de l'outil ; on le désigne par  $(R_T)$ .

Le résultat recherché est de placer le repère de l'outil dans le repère de programmation ; ce résultat est défini par les coordonnées  $(R_{prog}|R_T)$ . Or on passe d'un repère à l'autre par le cheminement suivant :

$${}^0R_0 \rightarrow {}^0R_{pp} \rightarrow {}^0R_{prog} \rightarrow {}^0R_T \rightarrow {}^0R_E$$

ce qui met en jeu les quatre opérateurs de changement de coordonnées suivants :

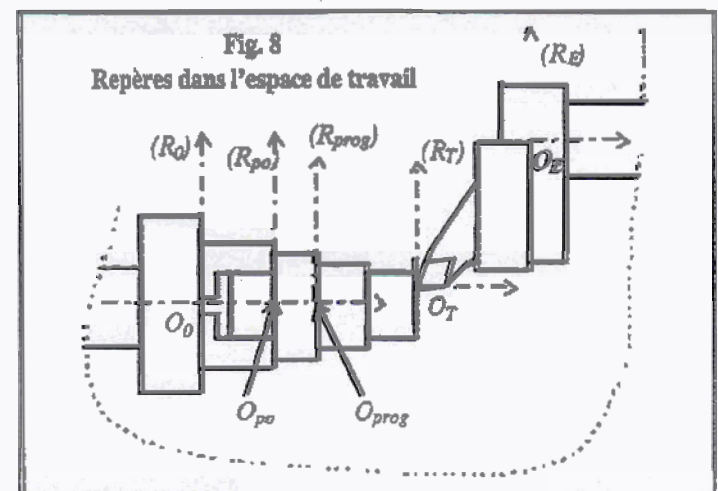
—  $(R_0|R_{pp})$  : ce sont des coordonnées constantes portées par le porte-outil ; on les désigne par coordonnées du porte-pièce ; en 2D elles sont définies par les trois scalaires :  $Z_{pp}, X_{pp}, W_{pp}$  ;

—  $(R_{pp}|R_{prog})$  : les coordonnées du repère de programmation dans le repère de pose peuvent être considérées successivement (lors de l'avancement du cours) comme :

- des constantes nulles, ce qui revient à programmer dans le repère de pose,
- des constantes non nulles ; ce qui revient à définir un repère de programmation unique, différent du repère de pose. On introduit une certaine souplesse dans la programmation,
- des constantes dont la valeur peut varier d'une partie de programme à l'autre, ce qui revient à changer de repère de programmation. On introduit une souplesse plus grande dans la programmation. On sait, à notre niveau, que le langage permet de définir ces constantes (instruction G59 X... Y... Z...).

En 2D les coordonnées du repère de programmation sont définies par les trois scalaires :  $Z_{Rpr}, X_{Rpr}, W_{Rpr}$  ;

—  $(R_{prog}|R_T)$  : ce sont les coordonnées programmées. On les désignerait, en 2D, par :  $Z_{prog}, X_{prog}, W_{prog}$ . Il est important de montrer qu'avec les machines actuelles les seules instructions disponibles pour traduire  $(R_{prog}|R_T)$  se limitent à des coordonnées de points X, Y, Z et non à des coordonnées de directions. Le professeur doit être bien conscient du fait qu'une instruction telle que "B142" (sur un centre d'usinage 4 axes par exemple) ne définit pas un angle de 142° sur la pièce, entre le repère de programmation et le repère de l'outil, mais une rotation de l'axe B de la machine de 142° ; en effet cette instruction va (sauf cas très particulier) modifier les coordonnées des points



déjà programmés en X et Z... C'est bien la preuve que "B142" n'est pas une coordonnée qui appartient à l'espace de travail ;

—  $(R_T | R_E)$  : ce sont des coordonnées constantes portées par l'outil ; on les désigne par *coordonnées de l'outil* ; en 2D les coordonnées de l'outil seraient définies, dans l'idéal, par les trois scalaires :  $z_T, x_T, \psi_T$ . Dans la pratique, l'angle n'est pas défini ; les coordonnées dimensionnelles font partie des jauges d'outils utilisées par les constructeurs de DCN mais ne s'y identifient pas exactement (le rayon d'outil, qui figure dans la table des jauges, n'est pas une coordonnée mais une dimension intrinsèque).

Les coordonnées  $(R_0 | R_E)$  du repère  $(R_E)$  dans  $(R_0)$  ne sont autres que le produit des quatre opérateurs de changement de repère.

On obtient les coordonnées :

$$(R_0 | R_E) = \begin{pmatrix} z \\ x \\ \psi \end{pmatrix}$$

$$(R_0 | R_E) = (R_0 | R_{PP}) \cdot (R_{PP} | R_{PR}) \cdot (R_{PR} | R_T) \cdot (R_T | R_E) \quad (9)$$

Il suffit, pour boucler le problème, d'identifier les expressions obtenues avec celles qui définissent le modèle géométrique ; on obtient alors les *coordonnées mesure nécessaires au positionnement de l'outil dans l'espace de travail*. Elles sont données en 2D par les expressions (8).

### Restriction au cas des machines cartésiennes

Dans une approche élémentaire, on va choisir des repères de l'espace de travail parallèles entre eux ; on s'interdit donc l'emploi de machines présentant des axes rotatifs. On s'interdit aussi, dans un premier temps, l'emploi de porte-pièces qui introduisent une orientation du repère de poseage comme c'est le cas sur une fraiseuse 3 axes où on veut effectuer un usinage oblique. Tous les repères étant parallèles on a alors :

$$\psi = \psi_{PP} = \psi_{PR} = \psi_{prog} = \psi_T = 0.$$

On peut effectuer tous les calculs dans la même base d'espace vectoriel (celle attachée au repère  $(R_0)$  par exemple). Le calcul ne concerne plus que les points origines des repères ; on obtient (10) :

$$O_0 \vec{O}_E(B_0) = O_0 \vec{O}_{PP}(B_0) + O_{PP} \vec{O}_{PR}(B_0) + O_{PR} \vec{O}_T(B_0) + O_T \vec{O}_E(B_0).$$

Soit, en développant :

$$\begin{aligned} z &= z_{PP} + z_{PR} + z_{prog} + z_T \\ z &= z_{PP} + z_{PR} + z_{prog} + z_T \end{aligned} \quad (11)$$

### Remarque

Pour le tournage on a, à l'évidence,  $x_{PP} = 0$  et  $x_{PR} = 0$ , mais ce ne serait plus

vrai en poinçonnage par exemple.

Il devient alors simple d'établir l'expression des coordonnées mesure nécessaires au positionnement de l'outil. Pour une machine 2D cartésienne on part des expressions (8) en remplaçant  $z$  et  $x$  par leur valeur donnée par (11), d'où les expressions (12) :

$$\begin{aligned} Z_m &= Z_{m0} + z_{PP} + z_{PR} + z_{prog} + z_T \\ X_m &= X_{m0} + x_{PP} + x_{PR} + x_{prog} + x_T \end{aligned}$$

### Exploitation des machines cartésiennes

Il suffit de rapprocher les expressions (12) des expressions du genre de (1). Des réalités technologiques nous guident pour trois des cinq données des équations (12) :

— l'instruction de déplacement du langage Z... et X... conduit naturellement à définir ici les coordonnées programme  $z_{prog}$  et  $x_{prog}$  ;

— l'existence de l'instruction G59 du langage conduit naturellement à placer  $z_{PR}$  et  $x_{PR}$  dans les registres de décalage programmé ;

— la présence des tables de jauges d'outils conduit tout naturellement à placer les coordonnées de l'outil  $z_T$  et  $x_T$  dans les registres correspondants.

Il ne nous reste plus qu'à décider de l'affectation des constantes mesure de la machine et des coordonnées du porte-pièce dans les registres disponibles :

— l'usage (et uniquement lui !) a conduit à placer les constantes mesure dans les registres PREF correspondant à chaque axe ; ne changeons pas les habitudes quand ce n'est pas utile !

— nous n'avons alors plus le choix ; en plaçant les coordonnées du porte-pièce dans les registres DECL de chaque axe on satisfait à l'élaboration de la coordonnée mesure de chaque axe conformément aux expressions (12).

### Les faux concepts... dont on s'affranchit facilement

On peut constater, à la fin de ce cheminement didactique, que deux notions, habituellement introduites par l'enseignement classique, sont parfaitement inutiles ; ces deux notions sont :

— l'origine mesure (ainsi que le repère mesure) ;

— l'origine machine (ainsi que le repère machine).

### Le "repère mesure" n'existe pas

Nous nous sommes affranchis de la notion de repère mesure (et d'origine mesure qui lui est liée) en suivant le raisonnement de base des roboticiens (raisonnement utilisé avec profit

depuis maintenant 30 ans... si c'était faux ça se saurait !).

C'est donc que l'idée qu'on y attache n'est pas fondée ! C'est parfaitement logique puisqu'un tel repère (mesure) ne peut pas exister, surtout comme repère de l'espace affine 2D ou 3D. Je pense que tous les lecteurs sont maintenant conscients du fait que l'espace concerné, au sens que donnent à ce mot les mathématiciens, n'est pas un espace affine ; c'est un espace, curieux d'ailleurs, à  $n$  dimensions ; le nombre et la nature des coordonnées de cet espace sont fonction de la structure mécanique utilisée.

Dans le cas du centre d'usinage à quatre axes étudié dans les deux articles précédents, l'espace articulaire est à quatre dimensions ; les coordonnées  $\theta_1, d_2, d_3, d_4$  sont définies par le paramétrage de la figure.

### Le "repère machine" n'existe pas

La seconde notion, il est vrai, n'a pas pu apparaître puisqu'on a toujours supposé des capteurs d'axes initialisés (machine en production). Le problème se règle immédiatement. Les positions d'initialisation, définies à la fois par les butées d'initialisation, les "tops d'initialisation" des capteurs d'axes et la procédure à suivre pour accoster la butée dans le sens convenable ne sont que des moyens ; ils sont actuellement utilisés pour initialiser les compteurs associés aux capteurs incrémentaux. Que se passe-t-il sur une machine pourvue de capteurs absolus ? La position d'initialisation disparaît et du même coup le repère qu'on lui attribue. Un repère qui disparaît avec certaines dispositions technologiques ne peut guère avoir d'intérêt dans un raisonnement sérieux. Passons nous donc de l'origine machine, et du repère du même nom, en présentant l'opération d'initialisation des axes comme une procédure liée aux dispositions technologiques adoptées par le constructeur et réservons cette notion (l'initialisation des axes) au chapitre de l'étude pratique de la machine. En tout état de cause ce point (... de détail !) ne doit certainement pas intervenir dès la première approche d'une MOCN ; l'étude systémique proposée conforte bien cette idée : il y a des notions plus importantes à faire émerger de prime abord.

### Remarque

Sur le plan didactique il ne faut jamais confondre la chronologie de mise en œuvre d'un équipement avec la logique d'acquisition des notions qui lui sont rattachées. Or, dans un enseignement qui vise un objectif de formation de

l'esprit, l'acquisition des notions de base doit précéder l'opérateur ; c'est à cette seule condition qu'on formera des personnes capables de suivre avec profit l'évolution des techniques.

### Alors, que reste-t-il de vrai ?

La réponse est simple : sur chaque axe il existe une origine mesure, origine d'un espace à une dimension, homogène à une longueur ou à un angle suivant le type mécanique de l'axe. Cette origine correspond tout simplement à la position relative des deux segments quand le capteur d'axe retourne la coordonnée mesure "zéro". C'est cette position, atteignable physiquement ou non sur les différents axes, qui permet de définir les constantes mesure de la machine ... une fois pour toutes !

Il est donc licite de parler, quand c'est nécessaire, de l'origine mesure d'un axe ; il est faux (et donc dangereux !) de parler de repère mesure (et donc d'origine mesure) d'une machine.

### Comment se place la "méthode vectorielle" dans cette analyse ?

### Les opérations vectorielles sont licites dans un espace 2D ou 3D

Il convient, pour cela, de se reporter à l'expression (10) qui est bien une égalité vectorielle entre les origines de différents repères qui sont tous définies dans l'espace de travail (espace affine 2D ou 3D avec espace vectoriel associé). Les opérations sur les vecteurs y sont parfaitement licites et l'expression (10) traduit l'égalité vectorielle écrite dans la base  $(B_0)$  associée au repère  $(R_0)$ . Il est bien clair que si tous les repères sont parallèles on peut aboutir à l'expression (11). En revanche, si tous les repères de l'espace de travail ne sont pas parallèles (repère de poseage incliné par exemple) l'expression (11) devra faire apparaître les changements de base correspondants ; ce sera toujours du calcul vectoriel classique. Par ailleurs, l'égalité vectorielle, qui ne traduit que les positions relatives des origines des repères, devra être complétée par les relations angulaires qui traduisent leurs orientations relatives, soit une équation scalaire sur les angles en 2D et trois équations trigonométriques en 3D. Dans ce dernier cas nous sommes confrontés à l'emploi d'outils mathématiques qui ne sont plus d'un niveau aussi élémentaire (matrices de changement de base).

### On reste cohérent quand on identifie deux résultats

Il faut bien comprendre la signification

des deux membres de l'équation (10) et l'usage qui en est fait ensuite :

— le membre de droite traduit l'égalité vectorielle évoquée ci-dessus dans l'espace de travail ;

— le membre de gauche traduit le résultat obtenu. Or, ce résultat va être identifié à celui que donne la configuration de la structure mécanique articulée (ou modèle géométrique) ; c'est l'expression (8) pour la machine cartésienne à deux axes.

Les équations (12) doivent donc se comprendre comme suit :

[Résultat du modèle géométrique] = [Correspondance entre les repères ( $R_D$ ) et ( $R_P$ ) dans l'espace de travail ]

En conséquence, les expressions devraient être écrites, en toute rigueur, sous la forme (13) :

$$\begin{aligned} Z_m - Z_{m0} &= z_{pp} + z_{Rpr} + z_{prog} + z_r \\ X_m - X_{m0} &= x_{pp} + x_{Rpr} + x_{prog} + x_r \end{aligned}$$

Les expressions ( $Z_m - Z_{m0}$ ), d'une part, ( $X_m - X_{m0}$ ), d'autre part, ne représentent pas des composantes de vecteurs mais le résultat du modèle géométrique de la structure articulée. On constate qu'il n'est pas innocent, sur le plan conceptuel, de changer de membre un terme d'une équation. Bien sûr, on ne pourrait pas faire cette confusion dans le cas d'une machine non cartésienne ; on ne se ferait pas piéger comme c'est le cas avec la machine cartésienne.

### Que retenir de cette analyse ?

Je conçois très bien que ce propos puisse rendre perplexe le professeur qui a, de longue date, enseigné ce qui se trouve écrit noir sur blanc dans les notices des constructeurs des machines à commande numérique et je ne voudrais ni le déstabiliser ni surtout le culpabiliser. On fait toujours avec ce dont on dispose ! Il convient donc d'analyser sagement ce qui est proposé et pour ce faire distinguer deux plans :

— celui de la stratégie de présentation ;  
— celui de l'étude analytique qui conduit à la modélisation.

J'ai proposé une stratégie de présentation de type systémique, ce qui conduit à observer le système en production. Cette approche conduit à aborder l'aspect informatique de la machine, notamment par l'analyse du langage (je ne dis pas apprentissage, et surtout pas dans l'ordre présenté par les notices des constructeurs). Dans cette présentation, la maîtrise du procédé est extérieure au problème étudié et son étude doit être antérieure. Il est alors bien évident que les commandes de type manuel, donc les réglages qu'elles autorisent, n'interviendront qu'en fin

de cursus, quand on aura une certaine connaissance analytique de la constitution et du fonctionnement de la machine. Je n'aborderai d'ailleurs pas ce point dans le présent article.

Je ne pense pas bouleverser les conceptions de chacun par l'approche systémique proposée. Par ailleurs une approche initiale plus analytique n'est pas interdite ; elle peut probablement être proposée à un niveau supérieur.

L'étude systémique aboutit évidemment à une étape où la connaissance analytique de certaines parties du système devient indispensable. C'est là qu'on débouche sur des concepts sans doute un peu nouveaux pour beaucoup d'enseignants en exercice. Que changer dans le "discours" tenu aux élèves et dans la progression à adopter ?

• Repousser au chapitre des problèmes pratiques la question de l'initialisation des axes (les fameuses POM). Ce qui suppose que le professeur fera ces initialisations hors séance ; c'est un aspect (bien facile et rapide) de la préparation pratique. A cet égard, on doit radier de son vocabulaire les termes d'origine machine et de repère machine.

• Introduire systématiquement, dans l'étude analytique, la notion d'axe numérique et de capteur de position de l'axe, ce qui va de pair avec les notions très élémentaires sur les asservissements ; il en ressort la notion fondamentale de "coordonnée mesure sur chaque axe", donnée bien réelle dont on peut afficher à tout instant la valeur sur l'écran.

• Introduire clairement la notion "d'espace de travail", attaché au segment de la machine dont la pièce est solidaire ; il en découle la notion "d'effecteur" qui met l'outil en œuvre. Ces notions ne sont pas nouvelles ; seul le vocabulaire est-il un peu plus précis. Il faut, par contre, et dès cet instant, mettre en place les deux repères ( $R_D$ ) et ( $R_P$ ) en précisant bien la dimension (2D ou 3D) de l'espace dans lequel travaille la machine.

• Introduire les notions de schéma cinématique et de configuration de la structure articulée de la machine. Là se trouve une notion nouvelle qui doit se traduire dans le langage adopté : C'est la notion de correspondance entre les coordonnées mesure de chaque axe et le résultat obtenu : la position de l'effecteur dans l'espace de travail. C'est là que l'enseignant doit "ouvrir la porte" à des cas plus complexes que les machines cartésiennes étudiées, sans entrer, bien évidemment dans aucune formulation mathématique.

• Introduire la notion fondamentale de "configuration zéro". Il en découle les valeurs des "constantes mesure" de chaque axe. Ces notions, au moins dans leur formulation précise, sont nouvelles ; elles sont indispensables à la formulation précise du problème.

• Radier de son vocabulaire les termes repère mesure et origine mesure (de la machine) et s'astreindre à n'employer que celui de "d'origine mesure de l'axe", évidemment seulement quand c'est nécessaire ... c'est-à-dire rarement.

• S'astreindre à dessiner (et faire dessiner aux élèves) les repères nécessaires et bien montrer qu'ils appartiennent tous à l'espace de travail. Ce travail doit être fait bien que ces repères soient tous parallèles entre eux. On prépare le terrain pour le cas où on ne sera plus dans ce cas particulier et, surtout, on travaille à édifier des concepts rigoureux dans l'esprit des élèves.

### Conclusion

Nous sommes à une époque où il est beaucoup question du "boom" des technologies nouvelles et de "surfs" impressionnants sur Internet. Comme pour toute nouveauté, il faudra un certain temps pour permettre la décantation et retenir l'essentiel. C'est évidemment le rôle de l'École d'accompagner ces développements mais sa fonction essentielle est de remettre les techniques nouvelles à leur juste place et, après une analyse sérieuse, de les intégrer dans un ensemble cohérent de savoirs ; c'est ce qui est proposé ici à propos des machines à commande numérique.

Les machines à commande numérique peuvent être vues comme de simples outils de production et leur étude se restreindre au niveau le plus global, parfois sans exploiter toutes les possibilités d'analyse qui en découlent. On est alors réduit à l'aspect mode d'emploi, on s'attache au seul aspect performances (qu'on ne peut d'ailleurs pas matériellement mettre en œuvre à l'école) et pis, on prône parfois une attitude de simple "débrouillardise" pour l'exploitation. Or, on sait bien aujourd'hui que cette attitude, qui conduit l'utilisateur moyen à n'exploiter qu'un faible pourcentage des possibilités de l'informatique, s'avère dangereuse car très rapidement génératrice de "gens dépassés".

On peut aussi voir les machines à commande numérique comme des équipements remarquables sur le plan

pédagogique puisque, comme on l'a dit pour la robotique, leur étude constitue un carrefour de disciplines : informatique, automatique, mécanique, procédés, géométrie, métrologie.

L'étude de ces machines implique alors l'utilisation de modélisations pertinentes, maintenant bien explicitées.

Bien sûr, pour en aborder l'enseignement sous cet angle, il est nécessaire de remettre en cause certaines habitudes ou certaines façons de penser... mais n'est-ce pas ce qui fait à la fois l'intérêt et la noblesse de notre métier ?

## Bibliographie

- J.C. Armici, *Programmer en turbo pascal, une approche du pascal*, L.I. Genève, 1986.
- J.C. Armici, *Programmer en turbo pascal, notions avancées*, L.I. Genève, 1986.
- P. Coiffet, M. Chirouze, *Éléments de robotique*, Hermès, Paris, 1982.
- P. Coiffet, *Les robots, tome 1, Modélisation et commande*, Hermès, Paris, 1981.
- M. Parent, C. Langreau, *Les robots, tome 5, Langages et méthodes de programmation*, Hermès, Paris, 1983.
- B. Méry, *Machines à commande numérique (de l'étude des structures à la maîtrise du langage)*, Hermès, Paris, 1997.
- NUM SA, NUM 760, *Manuel de programmation, Manuel de l'utilisateur*.
- NUM SA, NUM 1060, *Manuel de programmation*.
- E. Duc, E. Lefur, *La modélisation vectorielle des machines-outils, un outil simple pour le régleur*, Technologie et formation, n° 73, Paris, 1997.
- A. Chep, F. Charpentier, B. Méry, *Comprendre et utiliser les machines-outils à commande numérique* :
  - 1- Quel enseignement pour l'an 2000 ?, TF n° 77, Paris, 1998.
  2. Un modèle de connaissance rigoureux, TF n° 78., Paris, 1998.